

国民経済計算におけるキャッシュフロー行列（CF 行列）解析法の提案とレオンチェフ産業連関表解析法の考察（第 1 部）

レオンチェフ産業連関表解析には如何なる相乗効果も含まれていない

林 有一郎*

2011 年 4 月

概要

ワシリー・レオンチェフによる産業連関表解析（I O 解析）の目的は、国民経済計算（SNA）における産業間の生産勘定を解析することを目的とする。筆者が提供するキャッシュフロー解析（CF 行列解析）の目的は、SNA における生産勘定、消費勘定、蓄積勘定の 3 勘定と金融勘定が一体化されたキャッシュフロー行列解析を目的とする。CF 行列解析の第 1 の基本方程式は、I O 解析の生産基本モデル式と同一である。CF 行列解析の第 2 基本方程式は、I O 解析の価格モデル式に当たるが、価格モデル式は誤りであることが示される。C/F 行列解析における第 1 基本式と第 2 基本式は連結されて、一つのアフィン変換式、即ち経済価値ベクトル間の写像関係が導かれる。このことにより、I O 解析におけるレオンチェフ逆行列解は、或る産業における最終財価値の他産業との取引を通じた広がりを示すものであり、その広がり結局は総付加価値に収斂することが示される。

目次

1	序論	3
2	CF 行列解析法の構築	3
2.1	国民経済計算（SNA）生産勘定における販売取引を表す基本式	3
2.2	購入取引を表すもう一つの基本式	6
2.3	販売取引式と購入取引式との結合	6
2.4	CF 行列解析の数値計算例	7
3	レオンチェフ産業連関表理論の構造と問題点の考察	10
3.1	開放型レオンチェフモデル	10
3.2	レオンチェフ価格モデル解析の構造とその考察	12
3.3	経済解析システムにおける P 行列要素の経済価値	14
3.4	レオンチェフ逆行列計算による乗数効果の真の意味	15

* 林建設工業株式会社社長、工学博士、会社住所：998-0023 山形県酒田市幸町 1 丁目 6 番 6 号

3.5	レオンチェフ産業連関表解析の功績	17
4	第 1 部の結論	18

1 序論

表題に示す本理論の発端は、筆者の創始した管理総利益図理論 [1] の有効性を経済において確認するために、その利益図をレオンチェフによる産業連関表理論 [2] に適用したことにあった。そのとき、国民経済計算損益分岐点図を発見することとなった [3]。国民経済計算損益分岐点図は、ケインズ投資乗数効果を示す図形とは違っていた。これを契機にケインズ投資乗数効果理論の誤りについて研究を開始し、ケインズ投資乗数効果理論が誤っていることを個別的な事例反証により数学的に立証した [4]。

管理総利益図理論の概念によれば、国民経済計算 (SNA) には、従って産業連関表にも、如何なる乗数効果も含まれていないはずである。それ故、生産基本方程式には、乗数効果を打ち消すための一対となるべきもう一つの未知の方程式が存在しなければならない。筆者は、ほどなくその他方の基本方程式を発見し、CF 行列解析と名付けて、2003 年 12 月に取りあえず筆者のホームページに発表した [5] のであったが、その時にはその基本方程式がレオンチェフ産業連関表理論に代わるべき重要な理論式となるはずであることを筆者は認識していなかった。

その後、筆者は管理総利益図理論のさらなる研究とケインズによる非自発的失業の論理に関する研究、シュンペーターによるイノベーション理論の研究とワルラス一般均衡理論の否定証明に関する研究に携わり、その成果を発表した [6]、[7]。一方において、ワルラス理論やケインズ理論に代わるべき簡潔で明快な統一理論を明示できないでいた。

近年、実物経済よりは金融経済の規模の方が圧倒的に大きくなり、金融経済が実物経済をかく乱している。2008 年、アメリカ国内で 1 投資会社の倒産から金融危機が発生した。その影響は急激に世界の金融業界に広がり、それが実物経済にまで影響し、世界中で失業が増大した。そこで、それらの問題の解決のためには、筆者の見出した CF 行列解析理論が役立つのではないかと考え、CF 行列解析の研究に再び取り組み始めた。その成果として、産業連関表解析法におけるレオンチェフによる誤りを見出し、CF 行列解析法のための方法論を初期段階ではあるが構築した。

CF 行列解析理論は、このような理論内容と解析結果を持つものではあるが、中央銀行を含めた預金通貨銀行の生産における解析的な取り扱い方法を含め、幾つかの問題点が残っており、完成しているわけではない。しかしながら、産業連関表理論における誤り、即ちレオンチェフ逆行列解による乗数効果の誤りを筆者が始めて指摘できるようになったこの時点を一区切りとして、今回第 1 部として本論文を発表することにしたものである。

2 CF 行列解析法の構築

2.1 国民経済計算 (SNA) 生産勘定における販売取引を表す基本式

SNA における産業間の取引勘定を考察する。CF 行列解析における行方向の行列変換の方法は、レオンチェフによって独創的に提示された産業連関表解析における産出過程の方法と同じであるが、筆者理論の展開のためにレオンチェフによる定式化を示す。

第 5 章の記号を用いて、産業部門数が 3 の場合の各産業部門毎の取引勘定を勘定 1 に示す。ここに、 $P_{ij} =$ i 産業から j 産業への材料売上、又は j 産業の i 産業からの材料購入、 $Y_i = i$ 産業が生産する最終財 + 輸出 +

在庫増分。 $V_i = i$ 産業の GVA+ 輸入。 $X_i = i$ 産業勘定における貸方の合計 (= 借方の合計)。

勘定 1 産業部門勘定

1 部門		2 部門		3 部門	
借方	貸方	借方	貸方	借方	貸方
P_{11}	P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{13}	P_{31}
P_{21}	P_{12}	P_{22}	P_{22}	P_{23}	P_{32}
P_{31}	P_{13}	P_{32}	P_{23}	P_{33}	P_{33}
V_1	Y_1	V_2	Y_2	V_3	Y_3
X_1	X_1	X_2	X_2	X_3	X_3

勘定 1 における現金の流れ図を図 1 に示す。現金の流れを表す添え字 ij の記号順序は、財貨の流れとは逆になっている。

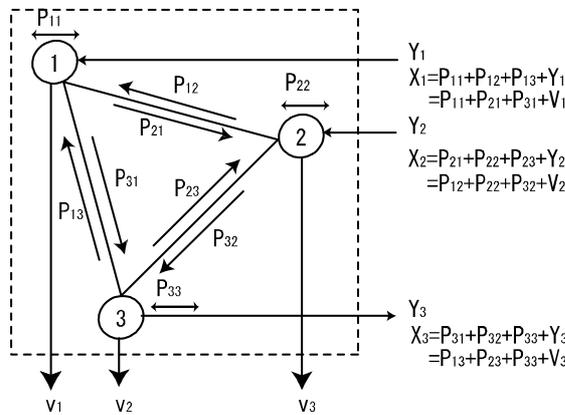


図 1 勘定 1 の図表表示

勘定 1 の産業連関表による表現を図 2 に示す。勘定 1 と図 2 は等価であり、CF 行列解析に当たって、勘定 1 は個々の企業決算書の産業別集計より作られたものでなければならぬという以外の仮定を設ける必要はない。

産業	1	2	3	a	b
1	P_{11}	P_{12}	P_{13}	Y_1	X_1
2	P_{21}	P_{22}	P_{23}	Y_2	X_2
3	P_{31}	P_{32}	P_{33}	Y_3	X_3
a	V_1	V_2	V_3		
b	X_1	X_2	X_3		

図 2 勘定 1 の CF 行列表

ここに、 $\mathbf{P} = [P_{ij}] (i, j = 1, 2, \dots)$ を \mathbf{P} 行列、又は中間財行列と名付ける。

レオンチェフは、ワルラス一般均衡理論の立場を取っているが、筆者は、生産にはワルラス一般均衡は存在しないという立場をとっている。さらに筆者の目的は経済全体のキャッシュフロ - 解析なので、以下におい

て、レオンチェフ理論における技術用語に代わって、筆者が新しく名付ける用語を使用する場合がある。

図2の行方向（水平方向）において、次式が成り立っている。

$$\begin{aligned} P_{11} + P_{12} + P_{13} + Y_1 &= X_1 \longrightarrow \text{行方向} \\ P_{21} + P_{22} + P_{23} + Y_2 &= X_2 \longrightarrow \text{行方向} \\ P_{31} + P_{32} + P_{33} + Y_3 &= X_3 \longrightarrow \text{行方向} \end{aligned} \quad (1)$$

これらの式を次のように変形する。

$$\begin{aligned} (P_{11}/X_1)X_1 + (P_{12}/X_2)X_2 + (P_{13}/X_3)X_3 + Y_1 &= X_1 \\ (P_{21}/X_1)X_1 + (P_{22}/X_2)X_2 + (P_{23}/X_3)X_3 + Y_2 &= X_2 \\ (P_{31}/X_1)X_1 + (P_{32}/X_2)X_2 + (P_{33}/X_3)X_3 + Y_3 &= X_3 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 a_{ij} を次式で定義する。

$$a_{ij} = P_{ij}/X_j \quad (3)$$

a_{ij} を中間販売割合係数と名付ける

式(2)は、次のように表される。

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + Y_1 &= X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + Y_2 &= X_2 \\ a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + Y_3 &= X_3 \end{aligned} \quad (4)$$

a_{ij} は X_j に対する P_{ij} の割合を与える定数である。式(4)における各式内の a_{ij} 項は、決算書の数値（定数）から構成されたものであるから、 a_{ij} には特別な仮定は何も必要としない。

式(4)を行列形式に書き換えると次のようになる。

$$\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{Y} = \mathbf{X} \quad (5)$$

$\mathbf{A} = [a_{ij}] (i, j = 1, 2, \dots)$ を \mathbf{A} 行列、又は中間販売割合行列と名付ける。 $\mathbf{Y} = [Y_1, Y_2, \dots]^T$ 、 $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots]^T$ はベクトルを表す。

式(5)より次式を得る。

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{E} - \mathbf{A}]\mathbf{X} \quad (6)$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{E} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{Y} \quad (7)$$

ここに、 \mathbf{E} = 単位行列。 $[\mathbf{E} - \mathbf{A}]^{-1}$ は、レオンチェフ逆行列と呼ばれる。式(6)と式(7)をCF行列解析における販売取引式と呼ぶ。ここまでが従来のレオンチェフ産業連関表解析を踏襲する誘導である。

2.2 購入取引を表すもう一つの基本式

図 2 の列方向（鉛直方向）において、次式が成り立っている。

$$\begin{aligned} P_{11} + P_{21} + P_{31} + V_1 &= X_1 \downarrow \text{列方向} \\ P_{12} + P_{22} + P_{32} + V_2 &= X_2 \downarrow \text{列方向} \\ P_{13} + P_{23} + P_{33} + V_3 &= X_3 \downarrow \text{列方向} \end{aligned} \quad (8)$$

これらの式を次のように変形する。

$$\begin{aligned} (P_{11}/X_1)X_1 + (P_{21}/X_2)X_2 + (P_{31}/X_3)X_3 + V_1 &= X_1 \\ (P_{12}/X_1)X_1 + (P_{22}/X_2)X_2 + (P_{32}/X_3)X_3 + V_2 &= X_2 \\ (P_{13}/X_1)X_1 + (P_{23}/X_2)X_2 + (P_{33}/X_3)X_3 + V_3 &= X_3 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、式 (3) にならって、式 (10) を定義すると、式 (9) は式 (11) のように表される。

$$b_{ij} = P_{ij}/X_j \quad (10)$$

$$\begin{aligned} b_{11}X_1 + b_{12}X_2 + b_{13}X_3 + V_1 &= X_1 \\ b_{21}X_1 + b_{22}X_2 + b_{23}X_3 + V_2 &= X_2 \\ b_{31}X_1 + b_{32}X_2 + b_{33}X_3 + V_3 &= X_3 \end{aligned} \quad (11)$$

b_{ij} を中間購入割合係数と名付ける。 $[b_{ij}] \neq [a_{ij}]^T$ であることは、式 (2) と式 (9) により、及び数値計算例 1 により容易に確認できる。

ベクトル $\mathbf{V} = [V_1, V_2, \dots]^T$ を定義し、式 (5) を参考にすると、式 (11) は次のように表される。

$$\mathbf{B}\mathbf{X} + \mathbf{V} = \mathbf{X} \quad (12)$$

ここに、 $\mathbf{B} = [b_{ij}] (i, j = 1, 2, \dots)$ を \mathbf{B} 行列、又は中間購入割合行列と名付ける。従って、次式を得る。

$$\mathbf{V} = [\mathbf{E} - \mathbf{B}]\mathbf{X} \quad (13)$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{E} - \mathbf{B}]^{-1}\mathbf{V} \quad (14)$$

式 (12) と式 (14) を CF 行列解析における購入取引式と呼ぶ。

2.3 販売取引式と購入取引式との結合

式 (6) と式 (14) より次式を得る。

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{E} - \mathbf{A}][\mathbf{E} - \mathbf{B}]^{-1}\mathbf{V} \quad (15)$$

次のように記号 \mathbf{H} を定義し、 \mathbf{H} を \mathbf{H} 行列と名付ける。

$$\mathbf{H} = [\mathbf{E} - \mathbf{A}] [\mathbf{E} - \mathbf{B}]^{-1} \quad (16)$$

式(15)は次式で表される。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{V} \quad (17)$$

さらに、次式を得る。

$$\mathbf{V} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{Y} \quad (18)$$

\mathbf{Y} と \mathbf{V} との関係は以上で求められた。式(17)又は式(18)を結合取引式と呼ぶ。

それでは、 \mathbf{P} と \mathbf{Y} と \mathbf{V} との関係は如何なるものであろうか？式(5)と式(12)において、 \mathbf{Y} と \mathbf{V} を外生変数とすると、次式を得る。そしてこれら以外の式は得られない。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{X} &= \mathbf{X} - \mathbf{Y} \\ &= [\mathbf{E} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{Y} - \mathbf{Y} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\mathbf{X} &= \mathbf{X} - \mathbf{V} \\ &= [\mathbf{E} - \mathbf{B}]^{-1} \mathbf{V} - \mathbf{V} \end{aligned} \quad (20)$$

これらの2式は、意味のある式ではない。何故なら、式(5)と式(12)は、単に、合計値=外生変数値 + 内生変数値の関係を示しているだけであるから、単に、 $\mathbf{A}\mathbf{X}$ と $\mathbf{B}\mathbf{X}$ は内生変数値であるということを示しているだけに過ぎないのである。結論的に言えば、CF行列解析を経済におけるキャッシュフロー解析としてとらえるとき、式(5)を通じて \mathbf{P} 、 \mathbf{Y} 、 \mathbf{V} の間には関数関係があるように見えるにも関わらず、実際は、 \mathbf{P} は \mathbf{Y} と \mathbf{V} に対して不定である。 \mathbf{P} には経済価値は含まれず、 \mathbf{P} は単に \mathbf{V} と \mathbf{Y} に含まれる経済価値の流れ方を示すだけのものに過ぎない。実際、式(5)を満たす \mathbf{P} 要素の組み合わせは無数に存在する。このことを解析で示したいが、数値例題を伴わないと理解し難い。そこで、ここより先は、数値計算例3でこのことを説明する。

2.4 CF行列解析の数値計算例

2.4.1 数値計算例1

CF行列解析法は新しい解析法であり、数値計算例自体に意義がある。それは、レオンチェフ産業連関表解析によって確立された従来の経済学常識をくつがえすからである。産業連関表解析においては、式(7)の非負値解の存在条件(ホーキンス・サイモンの条件)が問題とされる。CF行列解析においては、それらの条件は問題とならない。何故なら、図1で示されるCF行列表は、勘定1と等価変換であり、CF行列表、及びそれと等価などのような変換も、単に別の角度から見た勘定1の見え方に過ぎないからである。勘定1が現実的なものであれば、CF行列解析より得られるどのような解析結果も無条件に現実的である。

図3は、産業1のV項を負値である-50としたもので、現実の経済では起こりそうもない例をあえて採用したものである。この例題で、 $\mathbf{A}^T \neq \mathbf{B}$ であることを確認することができる。

	1	2	3	Y	X
1	10	20	30	40	100
2	50	60	70	80	260
3	90	100	110	120	420
V	-50	80	210		
X	100	260	420		

図3 数値計算例1

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 10/100 & 20/260 & 30/420 \\ 50/100 & 60/260 & 70/420 \\ 90/100 & 100/260 & 110/420 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} - \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 90/100 & -1/13 & -1/14 \\ -1/2 & 200/260 & -1/6 \\ -9/10 & -5/13 & 31/42 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 10/100 & 50/260 & 90/420 \\ 20/100 & 60/260 & 100/420 \\ 30/100 & 70/260 & 110/420 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{E} - \mathbf{A}] [\mathbf{E} - \mathbf{B}]^{-1} = (1/956) \begin{bmatrix} 1136 & 306 & 336 \\ -357 & 851 & -45 \\ -894 & -516 & 530 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{HV} = (1/956) \begin{bmatrix} 1136 & 306 & 336 \\ -357 & 851 & -45 \\ -894 & -516 & 530 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -50 \\ 80 \\ 210 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 80 \\ 120 \end{bmatrix} = \mathbf{Y}$$

2.4.2 数値計算例2

この例は、図3の対角要素だけを0としたものである。図3のH行列は図4のH行列と同一になった。対角要素には任意の数値を入れても同じ結果を得る。このことは、どのような自己取引も外部取引への影響は与えないことを示している。その理由は、図12で理解できる。

	1	2	3	Y	X
1	0	20	30	40	90
2	50	0	70	80	200
3	90	100	0	120	310
V	-50	80	210		
X	90	200	310		

図4 数値計算例2

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 20/200 & 30/310 \\ 50/90 & 0 & 70/310 \\ 90/90 & 100/200 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 50/200 & 90/310 \\ 20/90 & 0 & 100/310 \\ 30/90 & 70/200 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{E} - \mathbf{A}] [\mathbf{E} - \mathbf{B}]^{-1} = (1/956) \begin{bmatrix} 1136 & 306 & 336 \\ -357 & 851 & -45 \\ -894 & -516 & 530 \end{bmatrix}$$

2.4.3 数値計算例 3

この例は、行列 $\mathbf{P}=[P_{ij}] (i, j = 1, 2, \dots)$ は、ベクトル \mathbf{Y} 、 \mathbf{V} とは全く独立の関係にあり、 \mathbf{Y} と \mathbf{V} の関係を満たす \mathbf{P} の解は無数にある、即ち解は不定であることを示す例である。この例は、レオンチェフ価格モデル解析と関係するので、後で又触れる。

図 5 は、日本の或る年の 13 部門産業連関表を筆者が 4 部門産業連関表に集計しなおしたものである。

	1	2	3	4	$\sum_{j=1}^4 P_{ij}$	Y_i	X_i
1	3	17	5	4	29	77	106
2	29	125	6	36	196	119	315
3	9	29	25	30	93	136	229
4	14	33	24	43	114	173	287
$\sum_{i=1}^4 P_{ij}$	55	204	60	113			
V_j	51	111	169	174			
X_j	106	315	229	287			

図 5 日本の産業連関表 (単位：兆円)

図 6 に、 \mathbf{Y} と \mathbf{V} を定数ベクトルとして保ったままで、任意の数値要素を有する \mathbf{P} 行列が容易に作成可能であることを示す。 \mathbf{P} 中の未知数の数は P_{11} から P_{44} までの 16 個である。行と列方向に対する 8 勘定から 8 個の方程式を立てることができる。未知数のうち、対角要素は全て 0 としても解析の結果が変わらないことが分っているので、対角要素を全て 0 とすれば、未知数の数=12 個となって、図 6 が得られる。

	1	2	3	4	$\sum_{j=1}^4 P_{ij}$	Y	X
1	0	P_{12}	P_{13}	P_{14}	26	77	103
2	P_{21}	0	P_{23}	P_{24}	71	119	190
3	P_{31}	P_{32}	0	P_{34}	68	136	204
4	P_{41}	P_{42}	P_{43}	0	71	173	244
$\sum_{i=1}^4 P_{ij}$	52	79	35	70			
V	51	111	169	174			
X	103	190	204	244			

図 6 \mathbf{P} の不定性

図 6 において、任意の未知数の内、4 個に定数値を与えれば、未知数と方程式は 8 個ずつとなり解が求まるはずである。そこで、 $P_{14} = 10$ 、 $P_{24} = 20$ 、 $P_{31} = 30$ 、 $P_{34} = 40$ 、 $P_{43} = 50$ とすると、図 7 が得られる。

	1	2	3	4	$\sum_{j=1}^4 P_{ij}$	Y	X
1	0	P_{12}	P_{13}	10	26	77	103
2	P_{21}	0	P_{23}	20	71	119	190
3	30	-2	0	40	68	136	204
4	P_{41}	P_{42}	50	0	71	173	244
$\sum_{i=1}^4 P_{ij}$	52	79	35	70			
V	51	111	169	174			
X	103	190	204	244			

図7 Pの不定性

図7において、自動的に $P_{32} = -2$ を得る。さらに、次式を得る。 $P_{12} + P_{13} = 26 - 10 = 16$ 、 $P_{21} + P_{23} = 51$ 、 $P_{41} + P_{42} = 21$ 、 $P_{21} + P_{41} = 22$ 、 $P_{12} + P_{42} = 81$ 、 $P_{13} + P_{23} = -15$ 。これらの関係は、次の連立方程式で表される。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{13} \\ P_{21} \\ P_{23} \\ P_{41} \\ P_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 51 \\ 21 \\ 22 \\ 81 \\ -15 \end{bmatrix}$$

$[[P_{ij}] \neq 0$ となるように、 $P_{42} = 60$ と置くと置けば、解 $[P_{12}, P_{13}, P_{21}, P_{23}, P_{41}, P_{42}]^T = [21, -5, 61, -10, -39, 60]^T$ と図8を得る。

	1	2	3	4	$\sum_{j=1}^4 P_{ij}$	Y	X
1	0	21	-5	10	26	77	103
2	61	0	-10	20	71	119	190
3	30	-2	0	40	68	136	204
4	-39	60	50	0	71	173	244
$\sum_{i=1}^4 P_{ij}$	52	79	35	70			
V	51	111	169	174			
X	103	190	204	244			

図8 Pの不定性

3 レオンチェフ産業連関表理論の構造と問題点の考察

3.1 開放型レオンチェフモデル

産業連関表には、閉鎖型モデルと、開放型モデルの二通りがある。これらについては後述する。筆者のCF解析は、経済における信用取引を含めたキャッシュフロー解析を表現することを目的としているのに対し、レオンチェフの産業連関表解析は、実物財貨の生産過程の表現を対象とした。従って、経済解析の目的対象は大きく違うが、経済勘定からのデータ作成方法については、筆者はレオンチェフの方法を参考としたので、両者共ほとんど同じである。それで、データの作成方法の説明は第2部で行うことにし、ここでは、現在の標準解析法となっているレオンチェフ開放型モデルによる産業連関表解析理論を復習し、同時に再検討する。

レオンチェフ産業連関表理論における主要な仮定を次に示す。

- 仮定 a1 1 産業部門の生産物と生産技術は、1 種類である。
- 仮定 a2 1 産業部門に投入される費用は、その産業へ投入する各産業部門の投入量に比例する。
- 仮定 a3 各産出は、ただ 1 通りの投入の組み合わせで決まる。
- 仮定 a4 全ての生産過程において、規模に対する収穫不変則が成立している。
- 仮定 a5 投入費用は全て産出財の生産に使い切られる。
- 仮定 a6 全ての生産過程において、貸借の関係は生じない。

産業連関表理論を現在の標準的なテキストに従って記述する。添え字の記号法は、通常の産業連関表におけるものと同じである。図 2 に示す産業連関表において、 (i, i) 要素を含む i 行に注目する。 $P_{ij}(j = 1, 2, \dots)$ は、 i 産業の産出した中間財の j 産業への売上を、 Y_i は i 産業の産出した最終財の売上を表す。 (i, i) 要素を含む i 列に注目する。 $P_{ji}(j = 1, 2, \dots)$ は i 産業の j 産業からの中間財の購入を、 V_i は i 産業自身の総付加価値の投入を表す。なお、対角要素である (i, i) 要素は、 i 産業内部への販売（購入でもよい）を表す。 (i, i) 要素をどのような値としても解析結果は変わらない。

第 i 産業が第 j 産業に売上げた中間財数量を q_{ij} （トン等の物量単位）と、最終財の数量を y_i と、第 i 産業の総産出数量を q_i と表す。自己消費 q_{ii} も無視しないものとするれば、第 i 産業の総産出数量と全ての他産業からの投入数量との差は第 i 産業の最終財貨数量に等しいということから、産業セクター数を 3 個として、次式を得る。

$$\begin{aligned}q_{11} + q_{21} + q_{31} + y_1 &= q_1 \\q_{12} + q_{22} + q_{32} + y_2 &= q_2 \\q_{13} + q_{23} + q_{33} + y_3 &= q_3\end{aligned}\tag{L1}$$

例えば、式 (L1) の第 1 式における第 i 産業から第 1 産業への各投入数量 $q_{i1}(i = 1, 2, 3)$ は、それぞれ第 i 産業の技術構造によって定まるであろう。そこで、第 j 産業の産出 q_j の 1 単位を生産するために、第 j 産業が第 i 産業から購入する財貨の投入数量を a_{ij} と表せば、次式を得る。

$$a_{ij} = q_{ij}/q_j\tag{L2}$$

ここに、仮定 a2 より a_{ij} は定数である。

一方、式 (L1) は次のように変形することができる。

$$\begin{aligned}(q_{11}/q_1)q_1 + (q_{21}/q_2)q_2 + (q_{31}/q_3)q_3 + y_1 &= q_1 \\(q_{12}/q_1)q_1 + (q_{22}/q_2)q_2 + (q_{32}/q_3)q_3 + y_2 &= q_2 \\(q_{13}/q_1)q_1 + (q_{23}/q_2)q_2 + (q_{33}/q_3)q_3 + y_3 &= q_3\end{aligned}\tag{L3}$$

式 (L2) を式 (L3) に代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned}a_{11}q_1 + a_{21}q_2 + a_{31}q_3 + y_1 &= q_1 \\a_{12}q_1 + a_{22}q_2 + a_{32}q_3 + y_2 &= q_2 \\a_{13}q_1 + a_{23}q_2 + a_{33}q_3 + y_3 &= q_3\end{aligned}\tag{L4}$$

式 (L4) は、次のような行列形式に書き換えることができる。

$$\mathbf{Aq} + \mathbf{y} = \mathbf{q}\tag{L5}$$

ここに、 $\mathbf{A} = [a_{ij}] (i, j = 1, 2, 3)$ 、 $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$ 、 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, y_3]^T$ 。

式 (L5) の解は、次式で与えられる。式 (L5) はレオンチェフの逆行列解である。

$$\mathbf{q} = [\mathbf{E} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{y} \tag{L6}$$

しかしながら、現実には 1 産業に代表的な 1 種類の財貨を定めることはできないので、産業連関表は、金額表示で作成される。仮定 a1 から仮定 a6 を考慮して図 2 の要素を価格 × 数量表示に変換すれば、図 9 のようになる。

産業	1	2	3	a	b
1	$p_1 q_{11}$	$p_1 q_{12}$	$p_1 q_{13}$	$p_1 y_1$	$p_1 q_1$
2	$p_2 q_{21}$	$p_2 q_{22}$	$p_2 q_{23}$	$p_2 y_2$	$p_2 q_2$
3	$p_3 q_{31}$	$p_3 q_{32}$	$p_3 q_{33}$	$p_3 y_3$	$p_3 q_3$
a	$w q_{V1}$	$w q_{V2}$	$w q_{V3}$		
b	$p_1 q_1$	$p_2 q_2$	$p_3 q_3$		

図 9 図 2 の価格 × 数量表示変換

ここに、 $w q_{Vj}$ は付加価値であり、例えば、 $w q_{Vj}$ を j 産業の総労働賃金と仮定した場合に、 q_{Vj} は投入労働員数、 w は単位人数当たりの賃金、即ち労働価格である。

図 9 の第 1、2、3 行の関係は、式 (L1) と同一である。従って、生産における投入解析の結果は、金額単位によっても数量単位によっても同一の関係式が得られる。しかしながら、式 (L6)、又は式 (7) を産業連関表における開放型投入式の解としてはならない。何故なら、それらの解にはレオンチェフ逆行列による相乗効果が含まれているからである。産業連関表解析の正しい解は式 (17) 1 式だけなのであって、式 (17) には相乗効果は全く含まれていないからである。

3.2 レオンチェフ価格モデル解析の構造とその考察

価格モデル式は、図 9 における列の演算により得られる。図 9 において、b 行の数量を 1 となるようにすれば、図 10 を得る。例えば、 q_{11}/q_1 は、(1,1) 要素の拡張された数量となっている。

産業	1	2	3
1	$p_1(q_{11}/q_1)$	$p_1(q_{12}/q_2)$	$p_1(q_{13}/q_3)$
2	$p_2(q_{21}/q_1)$	$p_2(q_{22}/q_2)$	$p_2(q_{23}/q_3)$
3	$p_3(q_{31}/q_1)$	$p_3(q_{32}/q_2)$	$p_3(q_{33}/q_3)$
a	$w(q_{V1}/q_1)$	$w(q_{V2}/q_2)$	$w(q_{V3}/q_3)$
b	$p_1 \cdot 1$	$p_2 \cdot 1$	$p_3 \cdot 1$

図 10 図 2 の価格 × 数量表示変換

図 10 の列に関する数量と価格の関係より次式を得る。

$$\begin{aligned}(q_{11}/q_1)p_1 + (q_{21}/q_1)p_2 + (q_{31}/q_1)p_3 + w\alpha_1 &= p_1 \\ (q_{12}/q_2)p_1 + (q_{22}/q_2)p_2 + (q_{32}/q_2)p_3 + w\alpha_2 &= p_2 \\ (q_{13}/q_3)p_1 + (q_{23}/q_3)p_2 + (q_{33}/q_3)p_3 + w\alpha_3 &= p_3\end{aligned}\tag{L7}$$

ここに、 $\alpha_i = q_{Vi}/q_i$ 。

式 (L7) において、式 (L8) のように係数 b_{ij} (定数) を定義すると、式 (L9-1) を得る。

$$b_{ij} = q_{ji}/q_i\tag{L8}$$

$$\begin{aligned}b_{11}p_1 + b_{12}p_2 + b_{13}p_3 + w\alpha_1 &= p_1 \\ b_{21}p_1 + b_{22}p_2 + b_{23}p_3 + w\alpha_2 &= p_2 \\ b_{31}p_1 + b_{32}p_2 + b_{33}p_3 + w\alpha_3 &= p_3\end{aligned}\tag{L9-1}$$

式 (12) において定義された記号 \mathbf{B} を使えば、次式を得る。

$$\mathbf{B}\mathbf{p} + w\alpha = \mathbf{p}\tag{L9-2}$$

ここに、 $\mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3]^T$ 、 $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]^T$ 。式 (L9-2) より次式を得る。

$$\mathbf{p} = w[\mathbf{E} - \mathbf{B}]^{-1}\alpha\tag{L10}$$

式 (L8) において、明らかに $\mathbf{B} \neq \mathbf{A}^T$ である。レオンチェフは、式 (L3) の行列変換において、式 (L9-2) の代わりに次式としてしまった。これは明らかに誤りである。

$$\mathbf{A}^T\mathbf{p} + w\alpha = \mathbf{p}\tag{L11}$$

式 (L9-2) を得たからという理由で、式 (L10) を価格モデル解析の正解とすることはできない。図 2 に示す産業連関表の解は式 (17) 1 式なのであって、式 (L10) を解として単独で使用すれば、乗数効果を含むような誤った解を得ることになるからである。

レオンチェフ産業連関表解析の誤りの根本原因は、結局のところ、式の誘導過程そのものにある。産業連関表は、例えば第 1 産業においては、借方= $P_{11} + P_{21} + P_{31} + V_1$ 、貸方= $P_{11} + P_{12} + P_{13} + Y_1$ 、借方合計=貸方合計= X 、の勘定を表している。各要素記号の値は非対称性であるが、それらの配列は対称性である。式の誘導に当たっては、式 (2) と式 (9) の操作のように、行方向と列方向で要素記号の対称性を保って行われなければならない。そして、式 (5) と式 (12) のように同じ形の式が導かれ、 \mathbf{A} と \mathbf{B} の要素記号の値の非対称性から、式 (3) と式 (10) のように \mathbf{A} と \mathbf{B} のように記号表現しなければならないことになるのである。レオンチェフ産業連関表解析は、行方向と列方向で式の誘導過程における対称性が保たれておらず、式 (L11) の代わりに正しい式 (L9-2) を使用しても、産業連関表解析の誤りは解消されない

以上の解析により、各財貨に関する価格と数量の関係は、自明の解として与えられる。一つは、 $\sum_i V_i (= \text{数量} \times \text{価格}) = \sum_i Y_i (= \text{数量} \times \text{価格})$ である。式 (17) を満足する $P_{ij} (= \text{数量} \times \text{価格})$ の組み合わせは無数にあるので、もう一つの P_{ij} に関する数量と価格の解は、不定という解である。このことは、数値計算例 3 で確認されたい。

3.3 経済解析システムにおける P 行列要素の経済価値

ここで、レオンチェフによる産業連関表解析を CF 行列解析の観点から解釈し、P 行列要素における経済価値の存在のあり方を説明する。

レオンチェフ産業連関表解析モデルには、閉鎖システム(Closed system)と解放システム(Open system)の2種類がある。解放システムは、図1に示すように、各産業間の中間財取引が点線枠内部にあり、GDP(+IM)とGVA(+IM)とが点線枠外にあるシステムである。閉鎖システムは、同図において、後者もが点線枠内にあるシステムである。

閉鎖システムでは、家計や政府も1産業とみなされ、全ての産業が点線枠内に入れられる。例えば、閉鎖システムにおける最終需要者としての家計部門では、労働が産出、消費財が投入となる。一見不自然に思えるが、家計勘定の借方=消費財購入+貯蓄+移転、貸方=賃金+移転であることを知れば、CF行列解析から見れば、閉鎖システムは、単に1行(貸方)1列(借方)からなる家計勘定を産業生産勘定に付け加えただけのものであると解釈できる。

同じようにして、金融産業勘定を元の産業勘定(CF行列表)から分離して残った産業勘定の隣に再び置くことができる。閉鎖システムでは、全ての変数が内生変数であり、閉鎖システムは経済解析のための基礎となる勘定システムである。論理的には、国内全ての企業と家計からなる勘定システムを、CF行列解析の手順で、閉鎖システムとしての表形式(CF行列表)で表現することができる。

閉鎖システムに関わる変数の数は膨大である。レオンチェフによれば、閉鎖システムの中の内生変数の中から若干個の変数を経済活動を構成する価値の基本要素として選び出し、固定化する。それらを外生変数とみなせば、それらの外生変数と残りの内生変数からなる連立方程式を立てることができる。外生変数として、各産業部門毎にGDP(+IM)とGVA(+IM)を選ぶ。このシステムが解放システムである。

このとき、内生変数は、論理的に外生変数が持つ経済価値は持たず、それらは単にキャッシュフローを伴う、あるいは伴わない経済活動主体間の経済取引を表現するものであらねばならない。そして、このときの現金は、実物資産交換道具としての意味、あるいは、預かり金、貸出金というような人間の約束ごとを伝える言葉(記録)としての意味しか持たない。

この論理を踏まえて、P行列要素における経済価値の存在のあり方を説明しよう。レオンチェフが作った解析モデルとしてのGVA(+IM)のイメージは、図1に対して次のようである。

- 開放システムと閉鎖システムの場合のイメージは、図11のようになる。×印は最終財を表す。数値計算例3によれば、YとVを固定すれば、P要素は不定であることが示された。YとVに経済価値の全量を与えれば、P要素は無価値であり、Pは経済取引の、あるいは産業の階層構造の一つの形を示すのみである。不定であるP要素にさらに経済価値を与えることは、少なくとも生産システムの解析においてはできない。
- もう一つのモデルとして、 P_{ij} と Y_{ij} の両者に生産価値を含ませることもできる。そのモデルを実際取引型システムと呼び、図12にそのイメージを示す。すなわち、どの生産段階における財貨にも、各社が加えた付加価値が含まれている。なお、図11と図12において、行列中の1要素の全体が最終財となるようなことは、実際上はない。

要するに、産業連関表解析は、生産解析のための解析モデルなのであって、生産価値を最終財YとVに集

約すれば P には生産価値が含まれず、P に生産価値を集約すれば Y と V には生産価値が含まれない。実際には、中間財と最終財からなる総生産財には、各生産過程で付加された総付加価値が少しずつ含まれている。その総生産価値の集計が Y 又は V なのである。

	1	2	3	4	Y_i
1					
2					
3					
4					
V_i					

図 11 開放型、閉鎖型

	1	2	3	4	
1					
2					
3					
4					

図 12 実際取引価額型

3.4 レオンチェフ逆行列計算による乗数効果の真の意味

3.4.1 アフィン変換

P には経済価値が含まれていないことを理解したうえで、P の数学的意味を考察しよう。最初に簡単な数学の定義を紹介する。P、Y、V、X が含まれている図 2 を参照しよう。これらの変数間には、基本式として、式 (5) と式 (12) が存在し、それらの線形結合式として、式 (17) $Y = HV$ (又は式 (18)) が存在する。

次のように記号を定義する。 $V = [V_1, V_2, V_3]^T$ 、 $Y = [Y_1, Y_2, Y_3]^T$ 、 $H = [H_{ij}] (i, j = 1, 2, 3)$ 。H が可逆行列であるとき、 $Y = HV$ は、ベクトル V をベクトル Y に写像する正則アフィン変換である。なお、式 (17) には平行移動は無いので、このアフィン変換は、ベクトルに対する回転と拡大・縮小からなる。このアフィン変換は、3次元グラフィックス、映画制作、物理学、工学等で普通に使われている。

要するに、 $Y = HV$ とは、定数として与えられる外生変数であるベクトル V と Y ベクトルの写像 (又は関数) 関係を示しているだけである。その中に $X = [E - A]^{-1} Y$ と $X = [E - B]^{-1} V$ の写像関係がある。

それらの写像変換とは、 X を介在させて単に V と Y とを結び付けているだけである。この中での確かな関係は、 V の経済価値 = Y の経済価値だけである。 X は 1 国の産業構造（中小企業を含む産業の重層構造や巨大な国有企業形態など）に応じてどのようにでも変り得る。従って H の構造は、勘定 1 を満足する限り、無数に存在するのである。無数に存在する H に応じて経済価値を P に付加することは、数学的にはできない。 V と Y を定数を保ちながら、 V を Y に写像する P の要素の組み合わせは無数にあることは、数値計算例 3 に示されている。

3.4.2 アフィン変換の図形表示

アフィン変換の例を次の 2 次元モデルで示す。

	1	2	Y_i	X_i
1	20	40	40	100
2	70	30	30	130
V_i	10	60		
X_i	100	130		

図 13 2次元モデル

$$Y = \begin{bmatrix} 40 \\ 30 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} 10 \\ 60 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 100 \\ 130 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 20 & 40 \\ 70 & 30 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 20/100 & 40/130 \\ 70/100 & 30/130 \end{bmatrix} \quad AX = \begin{bmatrix} 60 \\ 100 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 20/100 & 70/130 \\ 40/100 & 30/130 \end{bmatrix} \quad BX = \begin{bmatrix} 90 \\ 70 \end{bmatrix}$$

図 14 は図 13 に対するアフィン変換を示す。

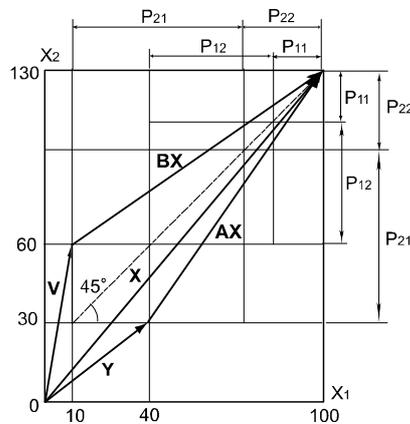


図 14 2次元モデルのアフィン変換

図 14 の関係を別の図形で示す。図 14 は式 (5) と式 (12) から得られたものであるが、式 (2)、式 (3)、式 (9)、式 (10) との関係から、勘定 1 を勘定 2 のように変形することができる。

部門 1		勘定 2		部門 3	
Dr.	Cr.	Dr.	Cr.	Dr.	Cr.
$b_{11}X_1$	$a_{11}X_1$	$b_{21}X_1$	$a_{21}X_1$	$b_{31}X_1$	$a_{31}X_1$
$b_{12}X_2$	$a_{12}X_2$	$b_{22}X_2$	$a_{22}X_2$	$b_{32}X_2$	$a_{32}X_2$
$b_{13}X_3$	$a_{13}X_3$	$b_{23}X_3$	$a_{23}X_3$	$b_{33}X_3$	$a_{33}X_3$
V_1	Y_1	V_2	Y_2	V_3	Y_3
X_1	X_1	X_2	X_2	X_3	X_3

勘定 2 から図 15 を得る。

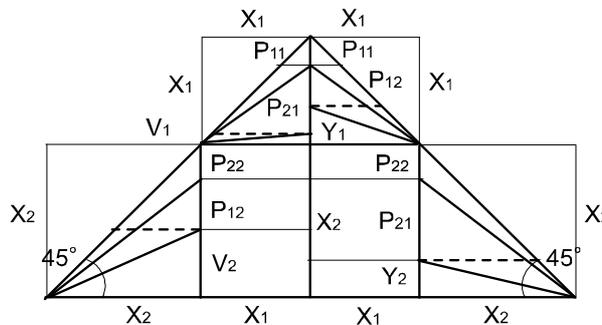


図 15 P を伴う売上と総付加価値との関係図

3.5 レオンチェフ産業連関表解析の功績

筆者により、レオンチェフ産業連関表解析には、現在から見れば大きな欠陥があることが示された。しかしながら、筆者自身は、レオンチェフが産業連関表解析法を創案し実際経済解析に供したという事実に対しては、筆者の判断に関する限り、生産解析の分野において、ワルラス、ケインズ、シュンペーターに並ぶ経済学史上比類なき功績を残した経済学者の内の 1 人であると評価している。その理由は次の通りである。

- レオンチェフの最大の功績は、SNA において、複数の勘定を $3 \times 3 \cdot \text{SNA}$ 勘定とは別の形で行列変換し、経済解析する方法を見出したことである。産業連関表を使うと、一組の勘定に含まれるデータ数を半減させることができ、かつ統一的なデータの取り扱いが可能になり、解析が簡潔化される。
- 産業連関表解析は、経済解析におい、一まとまりの経済データに対して内生変数と外生変数とに区別して解析する方法を提供した。その結果、中間財行列 P の意味を明らかにした。
- 産業連関表は、ミクロ経済としての 1 企業の生産勘定からマクロ経済としての一国の生産勘定まで、全ての経済データを取捨することなく、理論的に整合させて結びつけることができる。
- 与えられたデータに対して、必要に応じて、産業セクター数や産業セクターに含まれる企業数を適当に拡大縮小することによって、他産業のマクロ的挙動を保持しながら注目産業の挙動をミクロ的に解析できる。

- 産業連関表構造は、多数の勘定の 2 次元表現なので、産業連関表解析は 45 度線図化との併用に適している。
- レオンチェフは失敗したが、CF 行列解析により、経済解析においては、財貨への付加価値の存在の仕方を認識区別して解析すべきことが明らかになった。このことは、ワルラス一般均衡理論の見直しにも影響するだろう。
- CF 行列解析により、金融信用と実物財貨を互いに整合させて経済解析できる。ここから、信用と実物財貨を結ぶ新しい経済理論式が提供される可能性がある。

4 第 1 部の結論

従来の産業連関表解析に代えて新しく CF 行列解析を提案し、次のような結論を得た。

1. レオンチェフ産業連関表解析においては、レオンチェフが創案した式 (5) 又は式 (7) で示される生産基本式 (筆者による販売取引式) が存在する。筆者は、それに並ぶ基本式として、式 (12) 又は式 (14) で示される購入取引式と、それらの結合式である式 (17) が存在することを示した。
2. 数値計算例 3 によると、式 (17) における Y ベクトル、 V ベクトルを外生変数とするとき、中間財行列 P の要素を、 Y 、 V とは独立に任意に決めることができ、 P の成分は不定である。従って、 P には総付加価値要素である経済価値が含まれていなく、 P は、単に Y から V への取引の 1 形態を示すだけのものである。数学的には、式 (17) は、 V を Y に写像するアフィン変換を示す。
3. 従って、レオンチェフ産業連関表解析を生産基本式 (7) だけを使って行くと、その解析法は誤りとは言わぬまでも未完成というべき理論となる。
4. レオンチェフ価格モデル解析は、式 (14) と矛盾するので、誤りである。
5. 以上の解析結果により、産業連関表解析における乗数効果式、即ちレオンチェフ逆行列解には、最終需要増分、及び国民所得増分に対する乗数効果は一切含まれていないことが示された。

参考文献

- [1] Hayashi, Y., "ACCOUNTING SYSTEM FOR ABSORPTION COSTING", United States Patent, Patent No.: US 7,302,409 B2, Date of Patent: Nov. 27, <http://www11.plala.or.jp/yuichiro-h/index.htm>, 2007.
- [2] Wassily W. Leontief, "The Structure of the American Economy", 1919-1939, 1941; An Empirical Application of Equilibrium Analysis, 2nd edition, enlarged, 1951, Oxford University Press, New York. 邦訳 山田勇、家本秀太郎、アメリカ経済の構造、東洋経済新報社、1959.
- [3] Hayashi, Y., "Input-Output Table Chart in National Economic Accounts", Section2, Part2, 2003. <http://www11.plala.or.jp/yuichiro-h/index.htm>, 2004.
- [4] 林有一郎, "ケインズ乗数効果理論の誤りに対する証明の流れ", <http://www11.plala.or.jp/yuichiro-h/index.htm>, 2003.

<http://www11.plala.or.jp/yuichiro-h/index.htm>

- [5] 林有一郎, ”レオンチェフ産業連関表解析法に代わる新しいキャッシュフロー行列表解析法の提案 (概要)”, 2004. <http://www11.plala.or.jp/yuichiro-h/index.htm>.
- [6] 林有一郎, ”標準原価計算を採用する企業における利益計画”, <http://www11.plala.or.jp/yuichiro-h/index.htm>., 2009.
- [7] 林有一郎, ”人間の英知作用と地球事象作用を解析するための生産理論”, <http://www11.plala.or.jp/yuichiro-h/index.htm>., 2009.
- [8] United Nations, ”Links between Business Accounting and National Accounting”, Handbook of National Accounting, Series F, No.76, United Nations, 2000.